



Ministarstvo znanosti obrazovanja i športa



Agencija za strukovno obrazovanje i obrazovanje odraslih

**BILTEN BR. 2**

**DRŽAVNO NATJECANJE ELEKTROTEHNIČKIH ŠKOLA  
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE  
I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI**

Zagreb, 14. - 15. travnja, 2011.

**ŽELJEZNIČKA TEHNIČKA ŠKOLA U ZAGREBU**

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

Državno natjecanje iz osnova elektrotehnike i mjerenja u elektrotehnici održano je 14. i 15. travnja u Željezničkoj tehničkoj školi u Zagrebu. Na natjecanju su sudjelovala 22 učenika iz 15 gradova Hrvatske, koji su pokazali najbolje znanje na međužupanijskim natjecanjima. Kao gosti već tradicionalno su sudjelovali i učenici iz Katoličkog školskog centra Don Bosco iz Žepča, BiH.

Natjecanje je provedeno u dva kruga, prvi dan teoretski, a drugi praktični dio. Učenici su pokazali solidno znanje, a nešto bolji od ostalih bili su učenici iz Splita, Varaždina, Velike Gorice, Karlovca....

Pored natjecanja škola domaćin je organizirala u suradnji sa sponzorima dva okrugla stola:

1. Obnovljivi izvori električne energije ( KONČAR- ELEKTROINDUSTRIJA d.d.)
2. Laboratorijske vježbe iz elektrotehnike i računalstva ( NATIONAL INSTRUMENTS i ESAPI d.o.o.)

Najbolja tri učenika dobili su bogate nagrade koje su osigurali domaćini preko sponzora natjecanja. Po prvi puta nagrade su dobili i mentori učenika a simboličnu nagradu organizator je dodijelio i gostima, školi iz Žepča.

Opća je ocjena da je natjecanje bilo korektno i profesionalno organizirano, a Željeznička tehnička škola iz Zagreba pokazala se kao dobar domaćin.

Svim sudionicima koji su na bilo koji način sudjelovali na natjecanju i organizaciji te sponzorima od srca zahvaljujemo.

Vidimo se iduće godine.

## PROGRAM SVEČANOG OTVORENJA

**Himna RH**

**Dobrodošlica – *Ante Akmadža*, ravnatelj škole domaćina**

**Glazbena točka – *Petar Macukić*, 2.e1**

**Pozdravna riječ predstavnice Agencije za strukovno obrazovanje i  
obrazovanje odraslih – *Marija Marčelić***

**Pozdravna riječ predstavnika sponzora – *Branko Zajec*, Končar –  
obnovljivi izvori d.o.o.**

**Predstavljanje škole – kratki film**

**Vremenik natjecanja**

**Glazbena točka – *Valentino Jugović***

**Otvorenje natjecanja – *Ivica Lovrić*, pročelnik Gradskog ureda za  
obrazovanje, kulturu i šport**

**Državno povjerenstvo**

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI



Agencija za strukovno obrazovanje  
Informacijski sustav strukovnog obrazovanja - VETIS

Naziv natjecanja: Osnove i mjerenja u elektrotehnici  
Disciplina natjecanja: Osnove i mjerenja u elektrotehnici  
Organizator natjecanja: ŽELJEZNIČKA TEHNIČKA ŠKOLA U ZAGREBU  
Početak natjecanja: 14.04.2011

## KONAČNA LJESTVICA PORETKA

Mjesto	Natjecatelj	Škola	Bodovi
1.	JOSIP LABROVIĆ	ELEKTROTEHNIČKA ŠKOLA SPLIT	70,00
2.	IVAN KOROTAJ	ELEKTROSTROJARSKA ŠKOLA VARAŽDIN	63,00
3.	ZVONIMIR LANDEKA	SREDNJA STRUKOVNA ŠKOLA VELIKA GORICA	61,00
4.	MATEO MILOVAC	TEHNIČKA ŠKOLA KARLOVAC	58,00
5.	MATIJA BARTOLAC	TEHNIČKA ŠKOLA KARLOVAC	54,00
6.	MILE NIKŠIĆ	SREDNJA STRUKOVNA ŠKOLA VELIKA GORICA	50,00
6.	MLADEN SUTON	TEHNIČKA ŠKOLA ŠIBENIK	50,00
6.	MIRKO BARTOL	ŽELJEZNIČKA TEHNIČKA ŠKOLA U ZAGREBU	50,00
9.	MARIO KLANAC	TEHNIČKA ŠKOLA, ZADAR	49,00
10.	LUKA TOMIĆ	SREDNJA ŠKOLA MATE BLAŽINE LABIN	48,00
11.	NEDILJKO JERKOVIĆ	TEHNIČKA ŠKOLA U IMOTSKOM	46,00
12.	TONI HORVAT	ELEKTROTEHNIČKA I PROMETNA ŠKOLA OSIJEK	45,00
13.	MARIO DEJANOVIĆ	TEHNIČKA ŠKOLA RUĐERA BOŠKOVIĆA ZAGREB	44,00
14.	DAVOR TVORIĆ	SREDNJA ŠKOLA SESVETE	43,00
15.	LUKA NAČINOVIĆ	SREDNJA ŠKOLA MATE BLAŽINE LABIN	41,00
16.	DOMINIK BUZOV	TEHNIČKA ŠKOLA SLAVONSKI BROD	38,00
17.	IVAN VESELIN	TEHNIČKA ŠKOLA POŽEGA	37,00
18.	ANTONIO FALAK	ELEKTROTEHNIČKA I PROMETNA ŠKOLA OSIJEK	36,00
18.	OREŠKOVIĆ VEDRAN	ŽELJEZNIČKA TEHNIČKA ŠKOLA U ZAGREBU	36,00
20.	TONY ROHLIK	TEHNIČKA ŠKOLA DARUVAR	34,00
21.	MARKO BARČANEC	OBRTNIČKA ŠKOLA KOPRIVNICA	33,00
22.	MATEO ŠAFARIĆ	TEHNIČKA ŠKOLA ČAKOVEC	29,00

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**TIJEK DOGAĐANJA**



**OTVARANJE NATJECANJA**



**PETAR MACOKIĆ, 2E1**

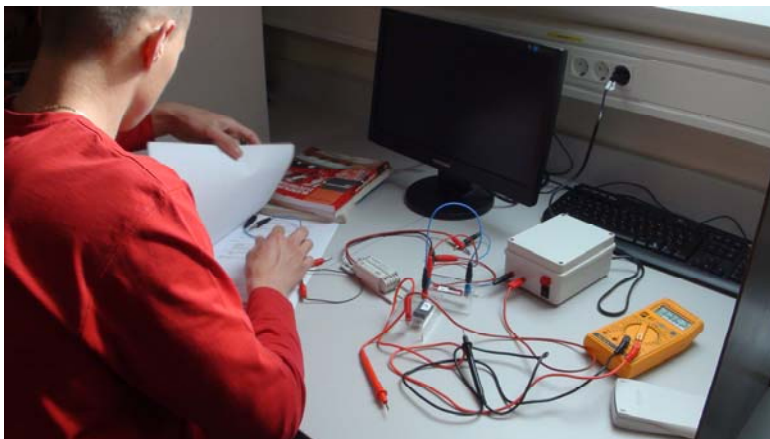


**DRUŽENJE UZ KAVU**

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI



DETALJ S NATJECANJA



DETALJ S NATJECANJA



JEDNA OD KOMISIJA

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI



**DODJELA 1. NAGRADE**



**DODJELA 2. NAGRADE**



**DODJELA 3. NAGRADE**

## ZADACI ZA TEORIJSKI DIO NATJECANJA

### RJEŠENJA

#### **Naputak za natjecatelje:**

1. Raspoloživo vrijeme za rad je 150 minuta
2. Rješenja upisati u za to predviđenu tablicu kemijskom olovkom, upisani rezultati moraju proizlaziti iz priloženog postupka izrade, u protivnom učenik za taj dio dobiva 0 bodova
3. Dopuštena je uporaba kalkulatora
4. Dopuštena je uporaba udžbenika odobrenih od Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa
5. Nije dopuštena uporaba zbirki zadataka
6. Nije dopuštena uporaba mobitela
7. Pažljivo čitajte zadatke

**S R E T N O!**

**Mogući broj bodova: 70**

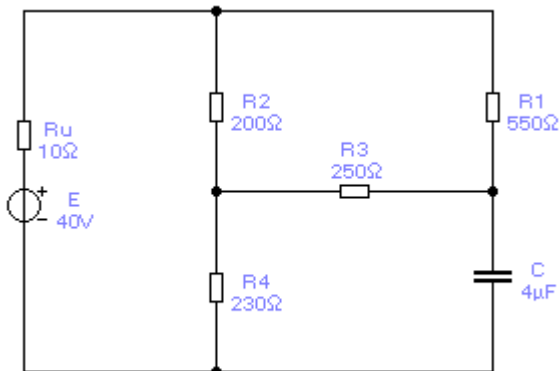
**Učinak:**



DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**1. ZADATAK**

Spoj otpornika otpora  $R_1=550\ \Omega$ ,  $R_2=200\ \Omega$ ,  $R_3=250\ \Omega$ ,  $R_4=230\ \Omega$  i kondenzator  $C=4\ \mu\text{F}$  priključen je na izvor EMS  $E=40\ \text{V}$  i unutarnjeg otpora  $R_u=10\ \Omega$  prema električnoj shemi. Odredite napon i naboj kondenzatora, te energiju sakupljenu (akumuliranu) u dielektriku kondenzatora?



Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$R_{uk}$	400 $\Omega$	2	
$U_c$	28 V	3	
$Q$	112 $\mu\text{C}$	1	
$A$	1,568 mJ	1	
Ukupno bodova		7 bodova	

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**1. Rješenje:**

$$R_{uk} \Rightarrow R_{13} = R_1 + R_3 = 550 + 250 = 800\Omega$$

$$R_{123} = \frac{R_{13} \cdot R_2}{R_{13} + R_2} = \frac{800 \cdot 200}{800 + 200} = 160\Omega$$

$$R_{uk} = R_{123} + R_4 + R_u = 160 + 230 + 10 = 400\Omega$$

$$I = \frac{E}{R_{uk}} = \frac{40}{400} = 0,1A$$

$$I_2 \cdot R_2 = I_1 \cdot (R_1 + R_3)$$

$$(I - I_1) \cdot R_2 = I_1 \cdot (R_1 + R_3)$$

$$(0,1 - I_1) \cdot 200 = I_1 \cdot 800$$

$$20 - 200I_1 = 800I_1$$

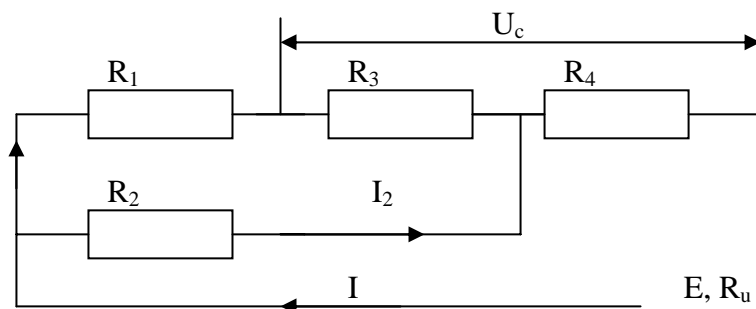
$$20 = 1000I_1$$

$$I_1 = \frac{1000}{20} = 0,02A$$

$$U_c = I \cdot R_4 + I_1 R_3 = 0,1 \cdot 230 + 0,02 \cdot 250 = 23 + 5 = 28V$$

$$Q = C \cdot U_c = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 28 = 112 \cdot 10^{-6} C$$

$$A = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 28^2 = 1,568 \cdot 10^{-3} J$$



DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**2. ZADATAK**

Kolikom je frekvencijom  $f$  izvršeno mjerenje U-I metodom omskog otpora  $R$  i induktiviteta  $L=12$  mH mjernog svitka, ako je kod istosmjernog izvora napajanja izmjeren napon  $4,23$  V i struja  $1,85$  A a kod izmjeničnog sinusoidalnog izvora napajanja  $25,22$  V i  $0,94$  A ? Koliki je otpor  $R$  mjerenog svitka ?

Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$R_L$	$2,286 \Omega$	1 bod	
$Z_L$	$26,830 \Omega$	2 bod	
$X_L$	$26,732 \Omega$	2 boda	
$f$	$354,55$ Hz	2 boda	
Ukupno bodova		7 bodova	

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

2. Rješenje:

$$R_L = \frac{U_{\sim}}{I_{\sim}} = \frac{4,23}{1,85} = 2,286\Omega$$

$$Z_L = \frac{U_{\sim}}{I_{\sim}} = \frac{25,22}{0,94} = 26,830\Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z_L^2 - R_L^2} = \sqrt{26,830^2 - 2,286^2} = \sqrt{719,84 - 5,228} = \sqrt{714,61} = 26,7322\Omega$$

$$\omega = \frac{X_L}{L} = \frac{26,7322}{0,012} = 2227,68 \frac{1}{s}$$

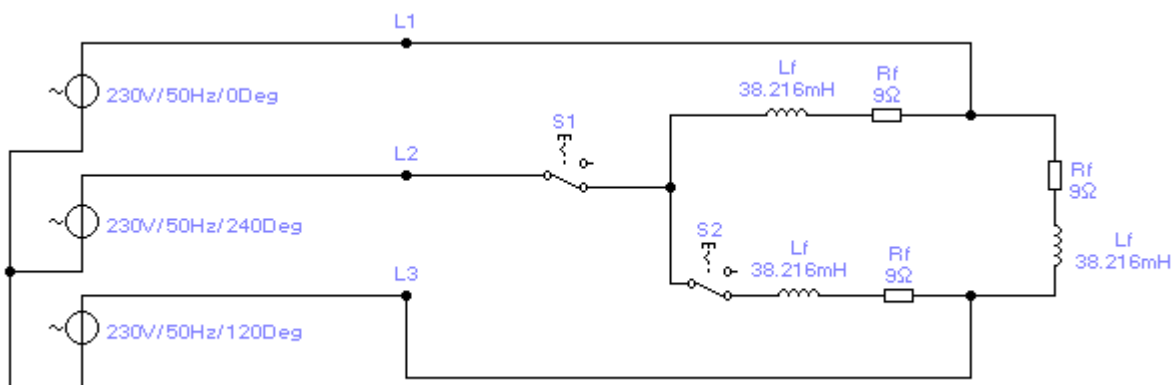
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2227,68}{2\pi} = 354,55 \text{Hz}$$

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

### 3. ZADATAK

Trofazni asinkroni motor s namotima spojenim u trokut priključen je na trofaznu simetričnu linijskog napona 400 V, 50 Hz. Ako fazni namot ima djelatni otpor  $R_f = 9 \Omega$  i induktivni otpor  $X_f = 12 \Omega$  (ovo odgovara induktivitetu  $L_f = 38.216 \text{ mH}$ ) izračunati:

- linijsku struju motora  $I_{LIN}$ , i djelatnu trofaznu el. snagu motora  $P$  kada su sklopke  $S_1$  i  $S_2$  zatvorene,
- struju  $I_1$  koju motor uzima iz mreže i djelatnu snagu  $P_1$ , kod isključene sklopke  $S_1$ , a uključene sklopke  $S_2$ ,
- na koliko se smanjila djelatna el. snaga ( $P_2$ ) motora ako u toku rada dođe do prekida u faznom namotu (uključena sklopka  $S_1$ , a isključena sklopka  $S_2$ )?
- potrebnu ukupnu kapacitivnu snagu  $Q_c$  kondenzatorske baterije spojene u trokut, da se faktor snage motora poveća na  $\cos\phi_k = 0.8$ , a pri radu s cjelovitom snagom  $P(S_1 \text{ i } S_2 \text{ uključene})$ , te
- kapacitet kondenzatora u jednoj grani trokuta.



Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$I_{LIN}$	46,12 A	1 bod	
$P$	19149 W	1 bod	
$I_1$	40 A	1 bod	
$P_1$	9600 W	1 bod	
$P_2$	12768 W	1 bod	
$Q_c$	11106,4 VAr	1 bod	
$C$	73,68 $\mu\text{F}$	1 bod	
Ukupno bodova		7 bodova	

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**3. Rješenje:**

$$I_f = U_f / Z_f = 400 / 15 = 26.6 \text{ A}; \quad I_{LIN} = \sqrt{3} I_f = 46.12 \text{ A}$$

$$\cos\phi = R_f / Z_f = 9 / 15 = 0.6 ;$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_{LIN} \cdot I_{LIN} \cdot \cos\phi$$

$$P = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 46.12 \cdot 0.6 = 19149 \text{ W}$$

Impedancija pri prekidu:

$$\underline{Z}_{pr.} = (9 + j12 + 9 + j12)(9 + j12) / (27 + j36) = 10 \angle \underline{53.15^\circ} \ \Omega$$

Struja koju motor uzima pri prekidu:

$$I_1 = U_{LIN} / Z_{pr.} = 400 / 10 = 40 \text{ A},$$

Djelatna snaga koju motor uzima pri prekidu:

$$P_1 = U_{LIN} \cdot I_1 \cdot \cos\phi_1 = 400 \cdot 40 \cdot 0.6 = 9600 \text{ W}$$

$$P_2 = 2 \cdot U_{LIN} \cdot I_f \cdot \cos\phi = 2 \cdot 400 \cdot 26.6 \cdot 0.6 = 12768 \text{ W}$$

$$Q_C = P(\text{tg}\phi - \text{tg}\phi_k) = 19149(\text{tg} 53.15^\circ - \text{tg} 36.8^\circ) = 11106.4 \text{ VAR}$$

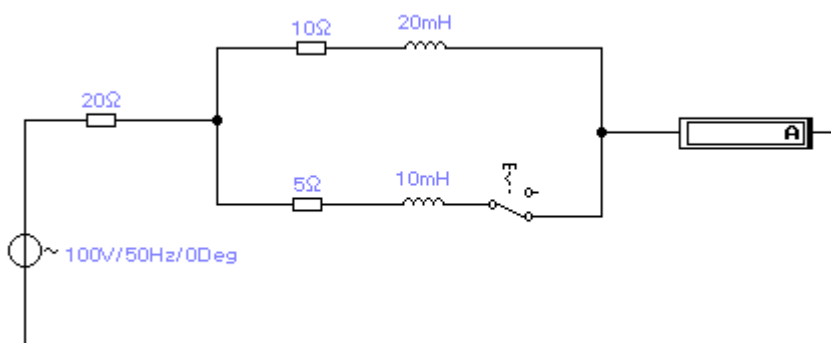
$$C = Q_C / 3 \cdot 2\pi \cdot f \cdot U_{LIN}^2 = 11106.4 / 3 \cdot 314 \cdot 400^2 = 73.68 \ \mu\text{F}$$

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**4.ZADATAK**

Paralelno su spojene dvije realne zavojnice  $R_{L1}=10\ \Omega$ ,  $L_1=20\ \text{mH}$ ,  $R_{L2}=5\ \Omega$ ,  $L_2=10\ \text{mH}$  preko predotpornika  $R=20\ \Omega$  na izmjenični izvor napona  $100\ \text{V}$ ,  $50\ \text{Hz}$  prema shemi. Odredi ukupnu impedanciju i pokazivanje ampermetra ako je:

- a) sklopka uključena ( $Z_a$ ,  $I_a$ )
- b) sklopka isključena ( $Z_b$ ,  $I_b$ )



Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$Z_a$	23,42 $\Omega$	3 boda	
$I_a$	4,26 A	1 bod	
$Z_b$	30,65 $\Omega$	2 boda	
$I_b$	3,26 A	1 bod	
Ukupno bodova		7 bodova	

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**4. Rješenje:**

Induktivni otpori zavojnica:  $X_{L1}=2\pi fL_1=314 \times 0,02=6,28\Omega$   
 $X_{L2}=2\pi fL_2=3,14\Omega$

Impedancije zavojnica:  $\bar{Z}_{L1} = R_{L1} + jX_{L1} = 10 + j6,28\Omega$   
 $\bar{Z}_{L2} = R_{L2} + jX_{L2} = 5 + j3,14\Omega$

a) sklopka uključena

$$\bar{Z} = \frac{\bar{Z}_{L1} * \bar{Z}_{L2}}{\bar{Z}_{L1} + \bar{Z}_{L2}} = \frac{(10 + j6,28)(5 + j3,14)}{15 + j9,42} = \frac{50 + j31,4 + 31,4j - 19,72}{15 + j9,42} = \frac{30,28 + j62,8}{15 + j9,42} * \frac{15 - j9,42}{15 - j9,42} =$$
$$= \frac{454,2 - 285,23 + j942 + 591,57}{15^2 + 9,42^2} = \frac{1045,7 + j656,77}{313,73} = 3,33 + j2,09\Omega$$

Ukupna impedancija:

$$\bar{Z} = R + \bar{Z}_L = 23,33 + j2,09\Omega$$
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 23,42\Omega$$

Struja kroz ampermetar:

$$I = U/Z = 4,26A$$

b) sklopka isključena (prekid)

Ukupna impedancija:

$$\bar{Z} = R + \bar{Z}_{L1} = 30 + j6,28\Omega$$
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 30,65\Omega$$

Struja kroz ampermetar:

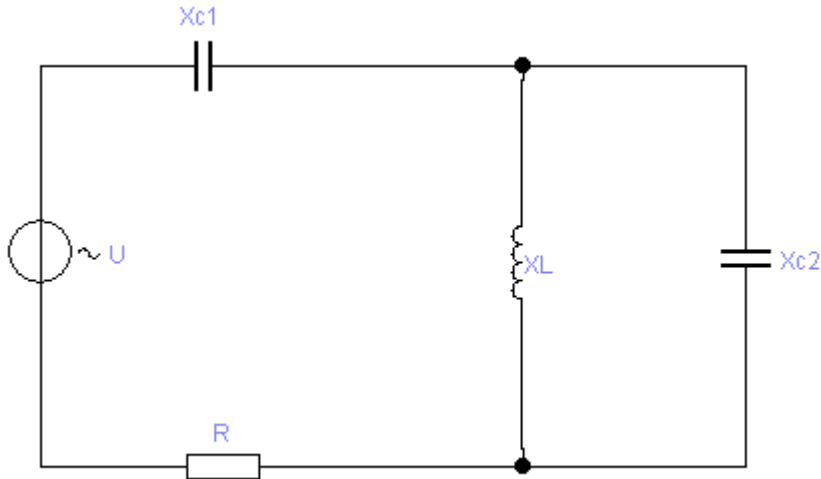
$$I = U/Z = 3,26A$$



DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

5. ZADATAK

Spoj na slici je u rezonanciji. Odredi kapacitivni otpor  $X_{C2}$  kapacitet kondenzatora  $C_2$  i jakost struje izvora  $I$ , ako je zadano:  $u = 10 \cdot \sin(1000 \cdot \pi \cdot t)$ ,  
 $X_{C1} = 20 \Omega$ ,  $X_L = 10 \Omega$ , i  $R = 10 \Omega$ .



Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$X_{C2}$	$20 \Omega$	4 boda	
$C_2$	$15,9 \mu\text{F}$	2 boda	
$I$	$0,707 \text{ A}$	1 bod	
Ukupno bodova		7 bodova	

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**5. Rješenje:**

Računanje impedancije paralelnog LC spoja:

$$Z = j10 \cdot (-jX_{C2}) : (j10 - jX_{C2}) \quad Z = (10 \cdot X_{C2}) / (j(10 - X_{C2}))$$

$$Z = -j10 \cdot X_{C2} / (10 - X_{C2})$$

Računanje ukupne impedancije:

$$Z = 10 - j20 + (-j10X_c) / (10 - X_c)$$

$$Z = ((10 - j20)(10 - X_c) - j10X_c) / (10 - X_c)$$

$$Z = (100 - 10X_c - j200 + j20X_c - j10X_c) / (10 - X_c)$$

U rezonanciji:

$$\text{Im}(Z) = 0 \quad 10X_c - 200 = 0 \quad \underline{X_c = 20 \Omega}$$

Računanje kapaciteta:

$$C = 1 / (\omega X_c) \quad \underline{C = 15,9 \mu F}$$

Računanje jakosti struje u rezonanciji:

$$I = U / \text{Re}(Z) \quad \text{Re}(Z) = 10 \Omega$$

$$U \text{ je efektivna vrijednost:} \quad U = 10 : \sqrt{2} = 7,07$$

$$I = 7,07 : 10 = \underline{0,707 A}$$

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**6. ZADATAK**

Na izmjenični izvor napona spojene su paralelno 4 peći pojedinačne snage  $P_p=2$  kW, 2 elektromotora snage  $P_m=4$  kW s  $\cos \varphi_m = 0,8$  ind i idealni kondenzator koji troši samo jalovu snagu  $Q_c=2$  kVAr. Odredi ukupnu djelatnu snagu spoja  $P$ , jalovu  $Q$  i prividnu  $S$  te faktor snage  $\cos \varphi$  tog spoja.

Zadano je:

pojedinačna snaga peći  $P_p=2$  kW ( 4 peći),

pojedinačna snaga elektromotora  $P_m=4$  kW ( 2 motora),

faktor snage motora  $\cos \varphi_m = 0,8$  ind ,

jalova snaga kondenzatora  $Q_c=2$  kVAr

Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$P$	16 kW	2 boda	
$Q$	4 kVAr	2 boda	
$S$	16,49 kVA	2 boda	
$\cos \varphi$	0,97	1 bod	
Ukupno bodova		7 bodova	

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**6. Rješenje:**

Računanje ukupne djelatne snage:

$$P_{Puk} = 4 \cdot 2 = 8 \text{ kW} \quad P_{Muk} = 2 \cdot 4 = 8 \text{ kW} \quad P = P_{Puk} + P_{Muk}$$

**P = 16 kW**

Računanje prividne i jalove jednog motora:

$$S_M = P_M / \cos \varphi_m \quad S_M = 4 / 0,8 = 5 \text{ kVA} \quad Q_M = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ kVAr}$$

Ukupna jalova snaga dva motora:

$$Q_{Muk} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ kVAr} \quad Q_{uk} = Q_{Muk} - Q_c \quad \mathbf{Q_{uk} = 4 \text{ kVAr}}$$

Određivanje faktora snage spoja:

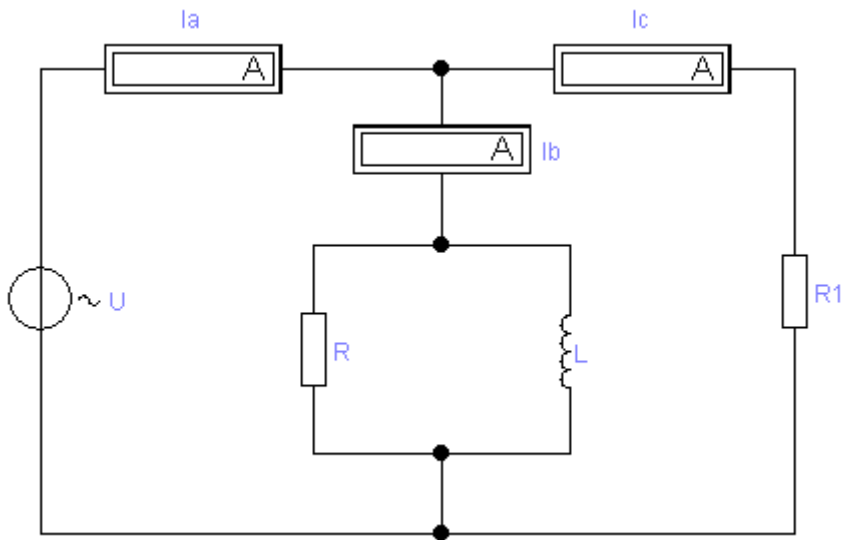
$$S = \sqrt{16^2 + 4^2} = 16,49 \text{ kVA}$$

$$\cos \varphi = P/S \quad \mathbf{\cos \varphi = 0,97}$$

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**7. ZADATAK**

Odredite struje  $I_R$  i  $I_L$  te vrijednosti djelatnog i induktivnog otpora  $R$  i  $X_L$  u mreži prema slici. Zadano je:  $R_1=10\ \Omega$  i efektivne vrijednosti struja  $I_a=5\ \text{A}$ ,  $I_b=3\ \text{A}$ ,  $I_c=2.5\ \text{A}$ .



Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$I_R$	1,95 A	3 boda	
$I_L$	2,28 A	2 boda	
$R$	12,82 $\Omega$	1 bod	
$X_L$	10,96 $\Omega$	1 bod	
Ukupno bodova		7 bodova	

## 7. Rješenje

$$I_b^2 = I_R^2 + I_L^2$$

$$(I_C + I_R)^2 + I_L^2 = I_a^2$$

$$I_C^2 + 2I_C \cdot I_R + I_R^2 + I_L^2 = I_a^2$$

Uvrstimo  $I_b^2 = I_R^2 + I_L^2$

$$I_R = \frac{I_a^2 - I_b^2 - I_C^2}{2I_C} = \frac{5^2 - 3^2 - 2,5^2}{2 \cdot 2,5}$$

$$I_R = 1,95A$$

$$I_L = \sqrt{I_b^2 - I_R^2} = \sqrt{9 - 1,95^2}$$

$$I_L = 2,28A$$

$$U = I_C \cdot R_1 = 2,5 \cdot 10 = 25V$$

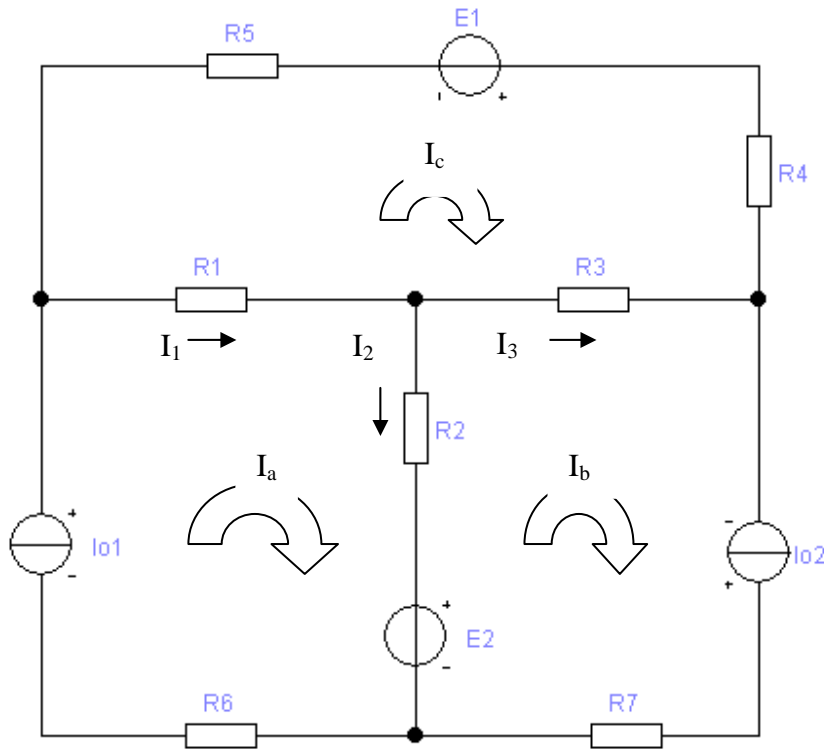
$$R = \frac{U}{I_R} = \frac{25}{1,95} = 12,82\Omega.$$

$$X_L = \frac{U}{I_L} = \frac{25}{2,28} = 10,96\Omega.$$

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**8. ZADATAK**

Za zadanu električnu mrežu izračunajte struje u granama  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  koje teku kroz otpornike  $R_1$ ,  $R_2$  i  $R_3$ . Zadatak riješite primjenom metode struja petlji (konturnih struja). Zadano je:  $E_1=48\text{ V}$ ,  $E_2=24\text{ V}$ ,  $I_{o1}=1\text{ A}$ ,  $I_{o2}=2\text{ A}$ ,  $R_1=10\ \Omega$ ,  $R_2=25\ \Omega$ ,  $R_3=40\ \Omega$ ,  $R_4=30\ \Omega$ ,  $R_5=20\ \Omega$ ,  $R_6=10\ \Omega$ ,  $R_7=20\ \Omega$ .



Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$I_a$	1 A	1 bod	
$I_b$	2 A	1 bod	
$I_c$	1,38 A	2 boda	
$I_1$	-0,38 A	1 bod	
$I_2$	- 1 A	1 bod	
$I_3$	0,62 A	1 bod	
Ukupno bodova		7 bodova	

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**8. Rješenje:**

Konturne struje  $I_a$  i  $I_b$  jednake su strujama strujnih izvora (struje u nezavisnim granama)

$$I_a = I_{01} = 1A, \quad I_b = I_{02} = 2A$$

$$I_c(R_1 + R_3 + R_4 + R_5) - I_a R_1 - I_b R_3 = E_1$$

$$I_c(10 + 40 + 30 + 20) - 1 \cdot 10 - 2 \cdot 40 = 48$$

$$I_c = 138/100$$

$$I_c = 1.38A$$

$$I_1 = I_a - I_c = 1 - 1.38 = -0.38A$$

$$I_2 = I_a - I_b = 1 - 2 = -1A$$

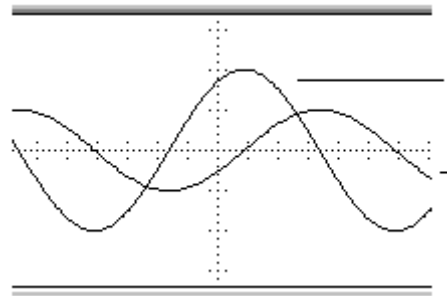
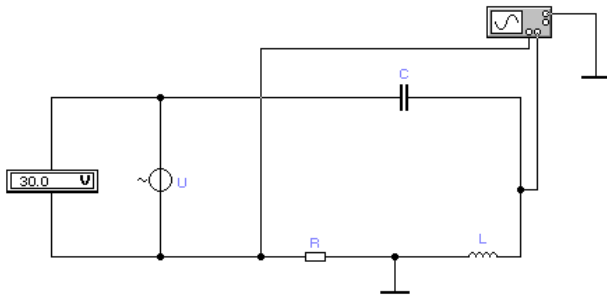
$$I_3 = I_b - I_c = 2 - 1.38 = 0.62A$$



DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**9.ZADATAK**

Na slici je prikazan induktivni strujni krug koji se sastoji od serijskog spoja otpora R, zavojnice L i kondenzatora C=100 nF. Voltmetar mjeri napon izvora 30 V. Napona na otporu R prikazan je na A kanalu osciloskopa, a napon na zavojnici na B kanalu.



Kanal A

Kanal B

Odredi:

- a) frekvenciju električnog izvora
- b) napon na kondenzatoru
- c) fazni kut između napona i struje
- d) jakost struje u strujnom krugu

Poznate su postavke osciloskopa:

- Vremenska baza 0.01 ms/div
- A kanal 20 V/div
- B kanal 20 V/div

Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$f$	10 kHz	1 bod	
$U_c$	4,63 V	2 boda	
$\varphi$	18,74°	2 boda	
$I$	29,091 mA	2 boda	
Ukupno bodova		7 bodova	

**9. Rješenje:**

a) Iz slike se očitava period

- $T = 0.1\text{ms}$
- $f = 10\text{ kHz}$

b) Iz slike se očitava tjemena  
(amplituda) vrijednost napona  $U_L$  i

$U_R$

- $U_{mL} = 40\text{V}$
- $U_{mR} = 20\text{V}$

Izračuna se efektivna vrijednost

$$U_L = \frac{U_{mL}}{\sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}} = 28.3 \text{ / V}$$

$$U_R = \frac{U_{mR}}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14.1 \text{ / V}$$

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

$$U_C = U_L \pm \sqrt{U^2 - U_R^2}$$

$$U_C = 28.3 \pm 9.67 \text{ / V}$$

$$U_C = 18.63 \text{ / V}$$

ili

$$U_C = 41.97 \text{ / V}$$

Uzima se kao tačno rješenje  $U_C = 4.63\text{ V}$ , jer je u strujni krug induktivan.

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{14.1}{30} = 0.47$$

$$\varphi = \cos^{-1} 0.47 = 61.8^\circ$$

c)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10000 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = 159.15 \text{ / } \Omega$$

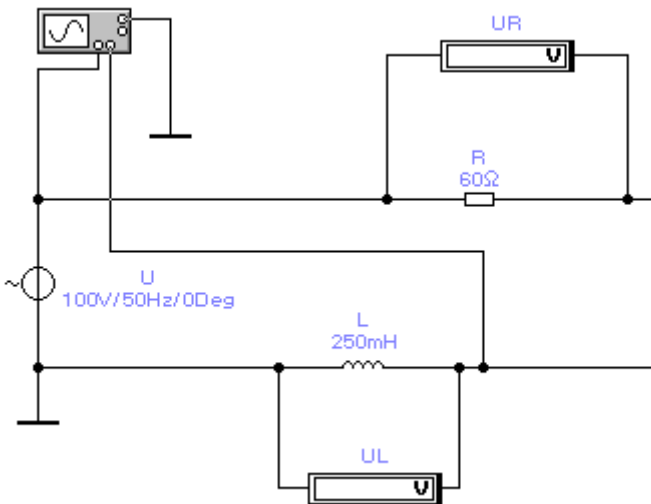
$$I = \frac{U_C}{X_C} = \frac{4.63}{159.15} = 29.09 \text{ / mA}$$

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

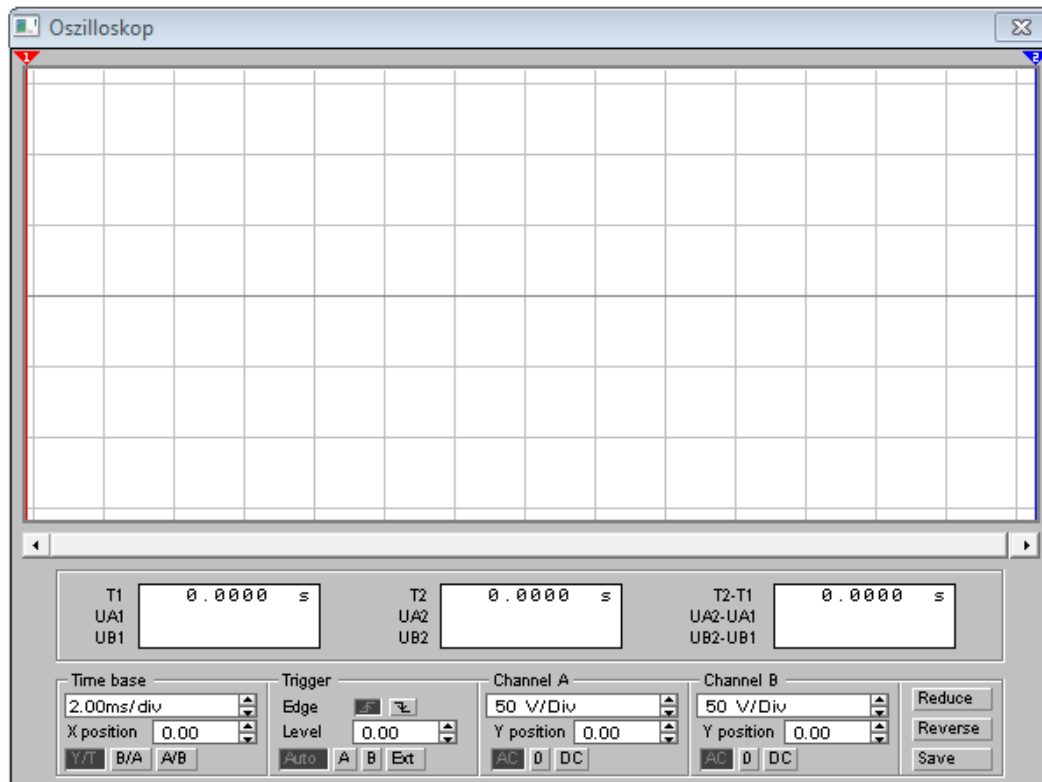
**10. ZADATAK**

Strujni krug se sastoji od RL spoja  $R=60\ \Omega$  i zavojnice  $L=250\ \text{mH}$  spojene na izmjenični napona  $100\text{V}$ ,  $50\ \text{Hz}$ .

- Odredi što će izmjeriti voltmetri koji mjere napone  $U_R$  i  $U_L$ .
- Koliki je fazni pomak između napona  $\underline{U}$  i napona  $\underline{U}_L$
- Nacrtaj prikaze napona izvora  $U$  i napona na zavojnici  $U_L$  koji će se dobiti na osciloskopu uz zadane postavke (Vrem.baza  $2\text{ms}/\text{div}$ , napon  $50\text{V}/\text{div}$ )



Rješenja		Mogući bodovi	Učinak
Veličina	Rezultat		
$U_R$	60.6 V	1 bod	
$U_L$	79.28 V	1 bod	
<i>pomak <math>\varphi</math></i>	$37.3^\circ$	2 boda	
<i>Slika osc.</i>	točno	3 boda	
Ukupno bodova		7 bodova	



DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**10. Rješenje:**

$$X_L = \omega \cdot L = 78.5 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 98.8 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = 1.01 \text{ A}$$

$$U_R = I \cdot R = 60.6 \text{ V}$$

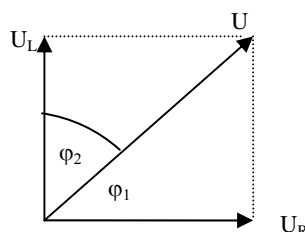
$$U_L = I \cdot X_L = 79.28 \text{ V}$$

$$U_{\max} = \sqrt{2} \cdot 100 = 141 \text{ V}$$

$$U_{L\max} = \sqrt{2} \cdot 79.28 = 112.12 \text{ V}$$

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U}$$

$$\varphi_1 = \cos^{-1} \frac{60.6}{100} = 52.7^\circ$$

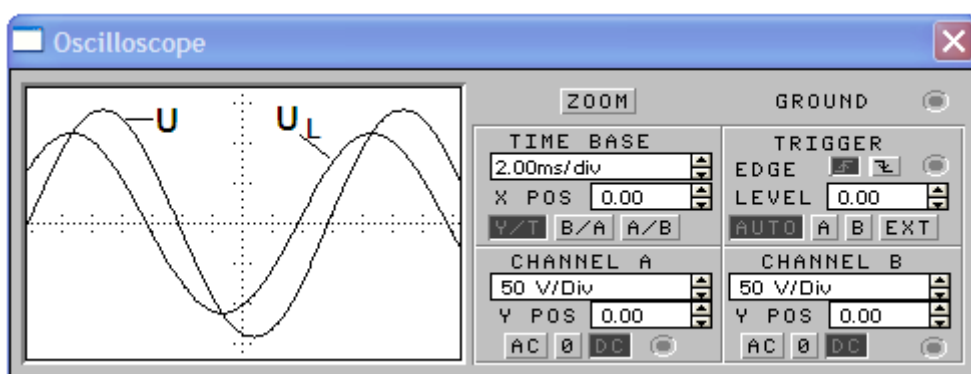


Pomak  $U_L$  prema naponu izvora  $U$  iznosi

$$\varphi_2 = 90^\circ - 52.7^\circ = 37.3^\circ$$

$$\frac{\varphi^\circ}{360^\circ} = \frac{t}{20\text{ms}}$$

$$t_2 = 2.07 \text{ } \mu\text{s}$$



Pogrešan period 0 bodova.

Određen kut tj. vremenski pomak između  $U$  i  $U_L$  1 bod.

Točno nacrtani naponi, i dobar fazni odnos između napona ukupno 3 boda.

(Točno nacrtan samo napon izvora 1 bod.)

## PRAKTIČNI ZADATAK

### RJEŠENJE

Pri ocjenjivanju uratka prosudbeno povjerenstvo treba dati prioritet ispravnosti postupka rješavanja zadatka jer tolerancije komponentata u strujnom krugu unose stanovitu mjernu nesigurnost.

Članovi prosudbenog povjerenstva:	Mogući broj bodova
	<b>30</b>
Primjedba:	Ostvareno

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

**ZADATAK**

Za zadane strujne krugove treba odrediti nepoznate parametre i to:

- mjereći padove napona i jakosti struje
- interpretiranjem rezultata dobivenih mjerenjem

**Mjerna oprema i pribor:**

1. Izvor izmjeničnog napona 15V/50Hz
2. Prigušnica sa željeznom jezgrom
3. Otpornik od  $330\Omega/5W$
4. Kondenzator nepoznatog kapaciteta
5. Univerzalni instrument (učenik ima vlastiti)
6. Vodovi za spajanje
7. Kalkulator
8. Pribor za crtanje
9. Kemijska olovka

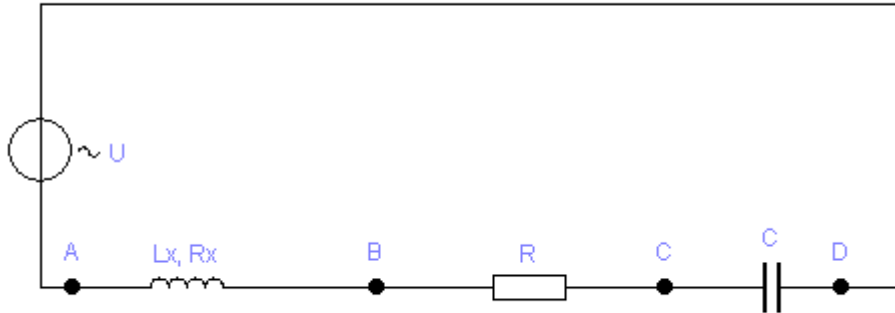
**Naputak:**

- učenik koji nema vlastiti univerzalni instrument treba na to upozoriti dežurnog nastavnika koji će mu osigurati zamjenski instrument
- strujni krug uključivati pod napon nakon provjere ispravnosti spoja od strane dežurnog nastavnika
- prespajanja na strujnom krugu vršiti isključivo u beznaponskom stanju
- prikaz rezultata mjerenja i računanja mora biti barem na jednu decimalu
- tražene crteže i skice izrađivati uz pomoć pribora za crtanje
- vrijeme za izradu zadatka je 90 minuta

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

ZADATAK 1

Koristeći se raspoloživom opremom spojite strujni krug prema slici:



Napomena:

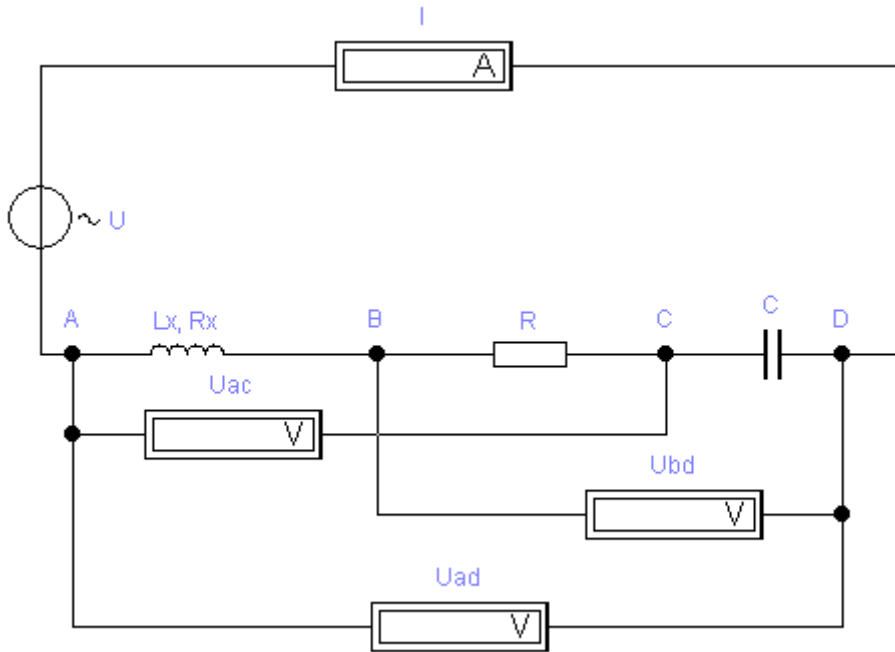
- Otpornik  $R=330\Omega$  i kondenzator C nepoznatog kapaciteta tretiramo kao idealne komponente.
- Prigušnicu sa željeznom jezgrom tretiramo kao serijski spoj induktivnog otpora  $X_L$  i djelatnog otpora  $R_L$ .
- Induktivitet prigušnice je poznat,  $L_x = 2 \text{ H}$

Koristeći se univerzalnim instrumentom izmjerite slijedeće vrijednosti napona i struje:

- napone  $U_{AD}$ ,  $U_{AC}$ ,  $U_{BD}$
- struju  $I$

Nacrtajte strujni krug sa odgovarajućim mjernim instrumentima a dobivene rezultate mjerenja upišite u tabelu.

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI



( 1 bod )

I	U=U <sub>AD</sub>	U <sub>AC</sub>	U <sub>BD</sub>
36.8 mA	16.2 V	27.5 V	20.6 V
(2)	(2)	(2)	(2)

Koristeći se isključivo izmjerenim ( $U_{AD}$ ,  $U_{AC}$ ,  $U_{BD}$ ,  $I$ ) i zadanim vrijednostima ( $R$ ,  $L_X$ ) izračunajte:

- $U_R$ , pad napona na otporniku  $R$
- $U_C$ , pad napona na kondenzatoru
- $C$ , kapacitet kondenzatora
- $U_{XL}$ , pad napona na induktivnom otporu prigušnice
- $U_{XR}$ , pad napona na djelatnom otporu prigušnice
- $X_L$ , induktivni otpor prigušnice
- $R_X$ , djelatni otpor prigušnice

Prostor za računanje:

$$U_R = I \cdot R = 0.0368 \cdot 330 = 11.98V$$

$$U_C^2 = U_{BD}^2 - U_R^2 = 20.6^2 - 11.98^2$$

$$U_C = \sqrt{280.84} = 16.76V$$

$$C = \frac{I}{\omega \cdot U_C} = \frac{0.0368}{314 \cdot 16.76} = 7.0 \mu F$$



DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

$$X_L = \omega \cdot L_X = 314 \cdot 2 = 628 \Omega$$

$$U_{XL} = I \cdot X_L = 0.0368 \cdot 628 = 23.1V$$

Polazeći od:  $U_{AC}^2 = U_{XL}^2 + (U_{XR} + U_R)^2$

$$U_{XR} = \sqrt{U_{AC}^2 - U_{XL}^2} - U_R$$

$$U_{XR} = \sqrt{27.5^2 - 23.1^2} - 11.98 = 2.94V$$

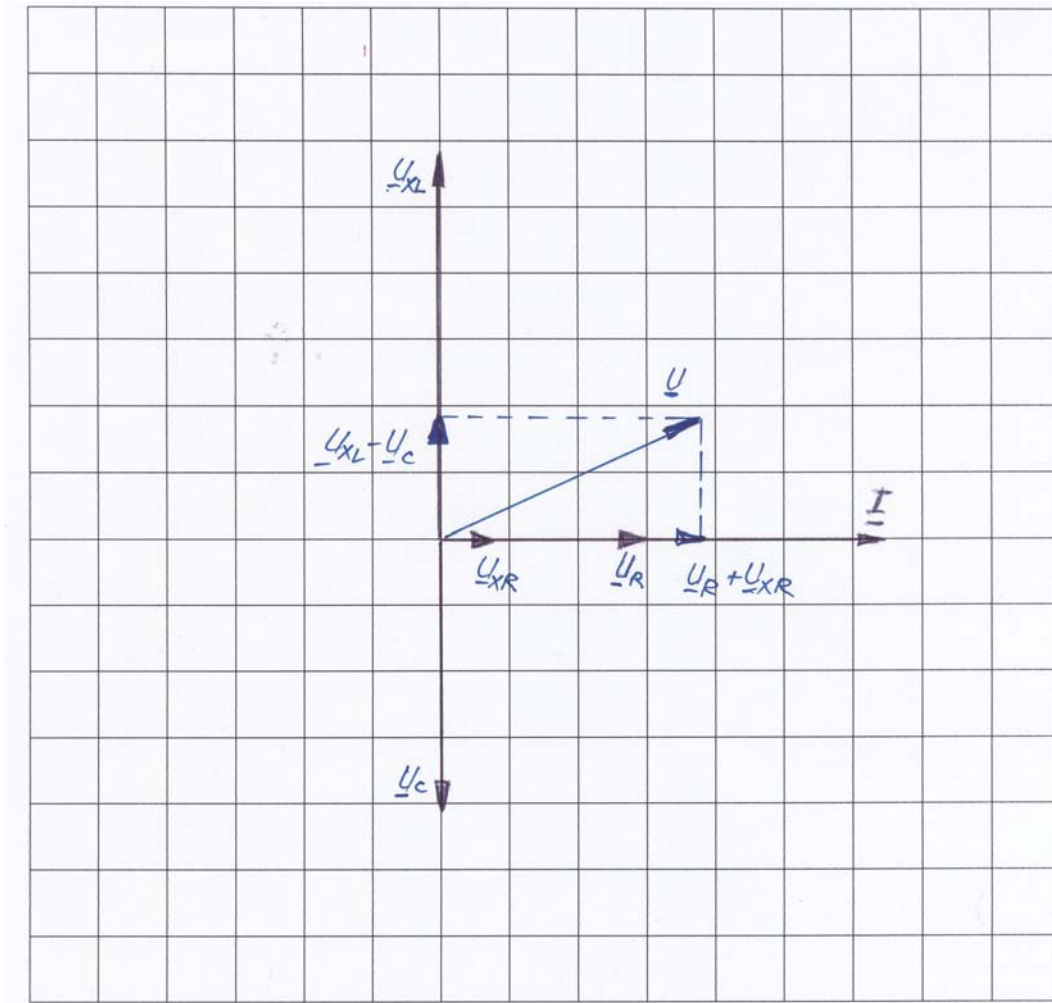
$$R_X = \frac{U_{XR}}{I} = \frac{2.94}{0.0368} = 80.0 \Omega$$

Dobivene rezultate upišite u tablicu:

$U_R$	$U_C$	C	$U_{XL}$	$X_L$	$U_{XR}$	$R_X$
11.98V	16.76 V	7.0 $\mu$ F	23.1 V	628 $\Omega$	2.94 V	80.0 $\Omega$
(1)	(1)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)

Uz pretpostavku da je fazor struje  $\underline{I}$  pod kutom  $0^\circ$  nacrtajte u mjerilu fazorski dijagram izmjerenih i izračunatih napona u strujnom krugu ( $\underline{U}_R$ ,  $\underline{U}_{XL}$ ,  $\underline{U}_{XR}$ ,  $\underline{U}_C$ ,  $\underline{U}=\underline{U}_{AD}$ )

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI



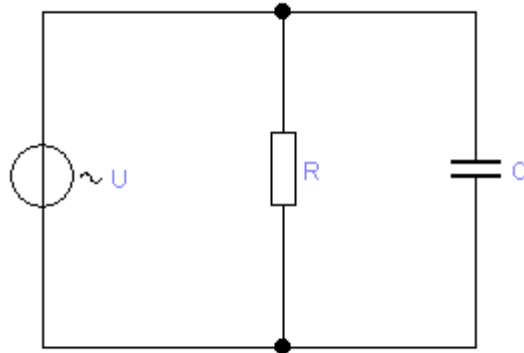
Mjerilo: 1 podjeljak = 4 V

( 2 boda )

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

ZADATAK 2

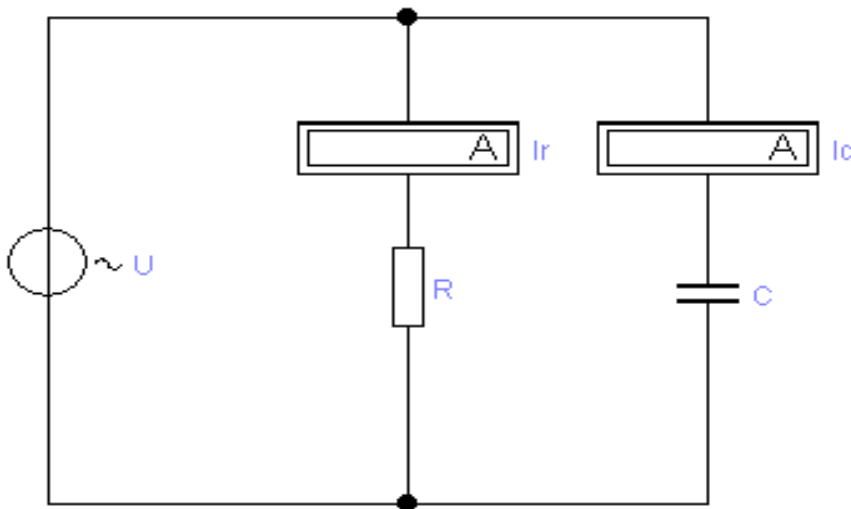
Spojite raspoložive elemente prema slijedećoj shemi:



a) Za zadani spoj izmjerite slijedeće veličine:

- $I_R$ , struja kroz otpornik R
- $I_C$ , struja kroz kondenzator C

b) Nacrtajte el. shemu sa mjernim instrumentima a dobivene rezultate mjerenja unesite u tabelu:



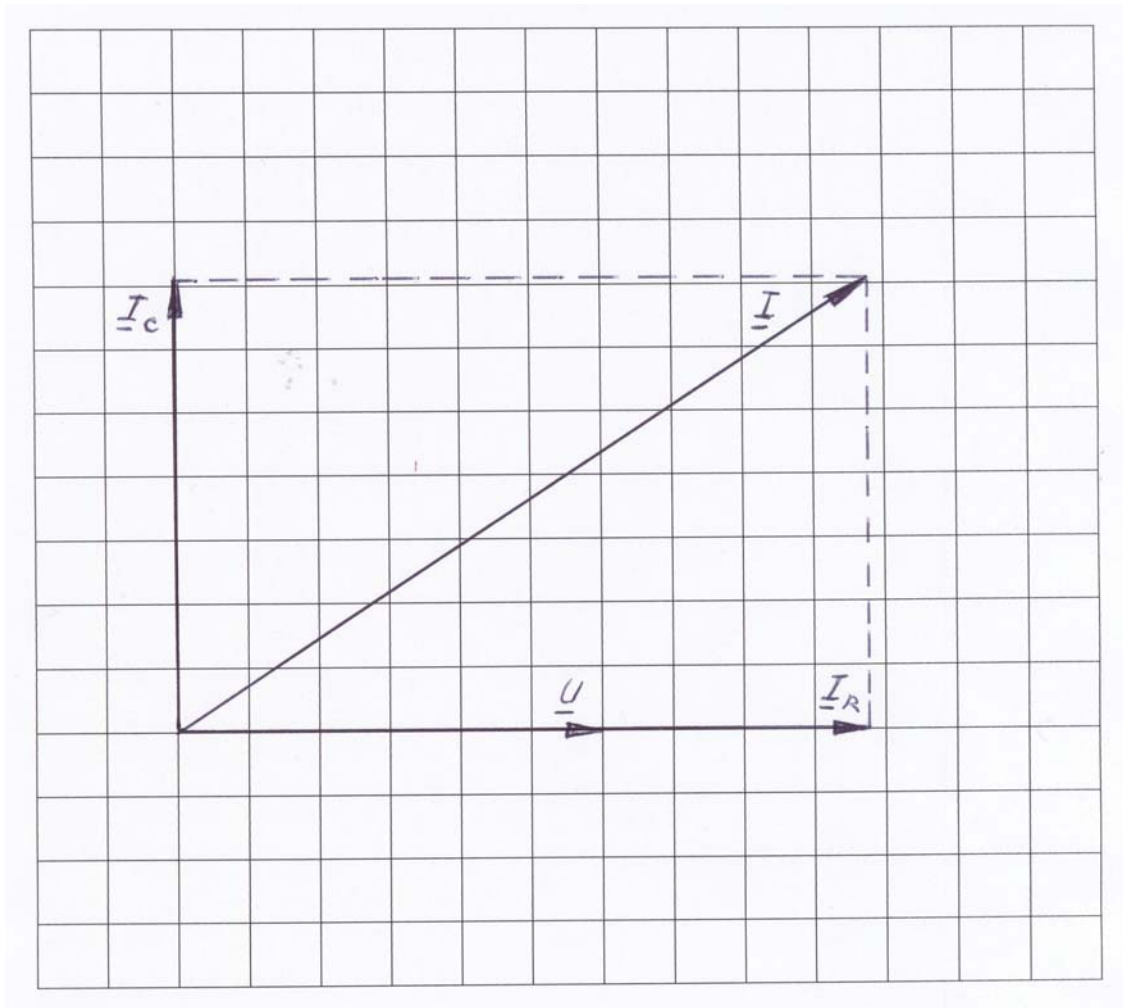
(1 bod )

c) Izračunajte ukupnu impedanciju  $Z_{UK}$

$$Z_{UK} = \frac{U}{I} = \frac{16.2}{0.0607} = 267\Omega$$

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

d) Uz pretpostavku da je fazor napona  $\underline{U}$  po kutom  $0^\circ$  nacrtajte u mjerilu fazorski dijagram izmjerenih struja. Ukupnu struju  $\underline{I}$  trebate dobiti grafičkim putem na fazorskom dijagramu.



Mjerilo: 1 podjeljak = 5 mA

( 2 boda)

$I_R$	$I_C$	$Z_{UK}$	$I$
49.1 mA	35.6 mA	267 $\Omega$	60.7 mA

(2)

(2)

(1)

(2)

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

GLAVNI SPONZOR

\*\*\*\*\*  
**KONČAR**

Končar - Elektroindustrija d.d.

Končar – Elektroindustrija d.d..  
Fallerovo šetalište 22, 10000 Zagreb  
Telefon: +385 01 3667 166 ; Fax.:+385 01 3667 196  
web: <https://www.koncar.hr>

\*\*\*\*\*  
OSTALI SPONZORI

\*\*\*\*\*  
 **NATIONAL  
INSTRUMENTS™**

National Instruments d.o.o. – Predstavništvo za Republiku Hrvatsku i Republiku Sloveniju  
Kosovelova ulica 15  
3000 Celje, Slovenija  
Tel. +386 3 425 42 00 ; Fax. +386 3 425 42 12  
email: [ni.slovenia@ni.com](mailto:ni.slovenia@ni.com)

\*\*\*\*\*  
 **ESAPI**

ESAPI , Oporovečki dol 11, 10040 Zagreb, CROATIA  
tel: ++385 (0)1 2985-670 fax: ++385 (0)1 2985-671 mob: ++385 (0)91 237-8480  
e-mail: [velimir.andelic@esapi.hr](mailto:velimir.andelic@esapi.hr) [www.esapi.hr](http://www.esapi.hr)



Turistička zajednica grada Zagreba  
Kaptol 5, 10000 Zagreb  
Tel. 01 4898 549; Fax. 01 4814 340  
[www.zagreb-touristinfo.hr](http://www.zagreb-touristinfo.hr)



HEP d.d.  
Ulica grada Vukovara 37, 10000 Zagreb  
tel.: 01/63 22 111, fax: 01/61 70 430  
<http://www.hep.hr>



Nakon lutanja SVJETLOST duž mnogobrojnih i raznolikih staza unutar neprozirnih tijela bar nekim svojim dijelom dolazi do površinskih čestica i zatim odleti. Odatle svakako potječe ona SVJETLOST mnogobrojnih fosfornih tijela koja su nam pristupačna.

Ruđer Bošković

